**Совместный учет роста трещины авто-ГРП в длину и в высоту**

Иващенко Д. В., Цветкова Д. А.

I. Нахождение обратных напряжений, вызванных пороупругим эффектом, методом потенциала.

Необходимо найти напряжения, вызванные изменением порового давления в расчетной области вблизи трещины. Материал породы однородный и изотропный. Исходными уравнениями для данной задачи будут:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.1) |

где и параметры Ламе, записываемые через к-т Пуассона и модуль Юнга как

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.2) |

Предположим, что существует функция , называемая потенциалом, такая, что

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.3) |

После подстановки в систему уравнений (1.1) получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | (1.4) |
|  |  |

Обозначим

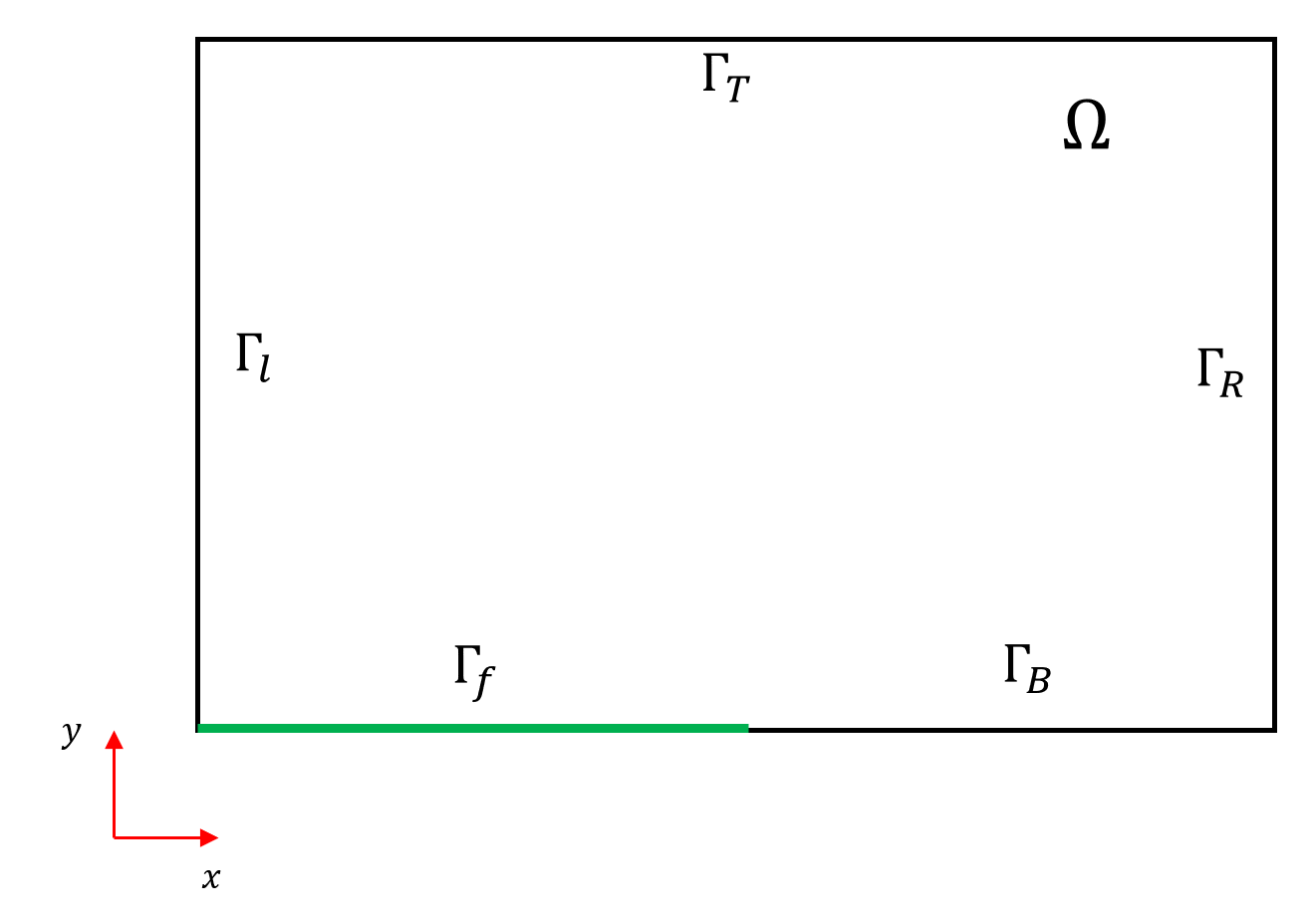
Тогда система (1.4) записывается в следующем виде

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.3) |

где константа не зависит от и .

Получаем уравнение для определения потенциала :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.3) |



Граничные условия:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  | (1.2) |
|  |  |
|  |  |

Вывод слабой постановки задачи. В качестве тестовой функции выберем такую, что

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.3) |

Умножим уравнение (1) на тестовую функцию и проинтегрируем по всей области:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.4) |

Преобразуем левую часть уравнения, используя следующее соотношение:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.5) |

и формулу Остроградского-Гаусса:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.6) |

Получаем:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.7) |

Рассмотрим отдельно контурный интеграл. В силу аддитивности интеграла:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.8) |

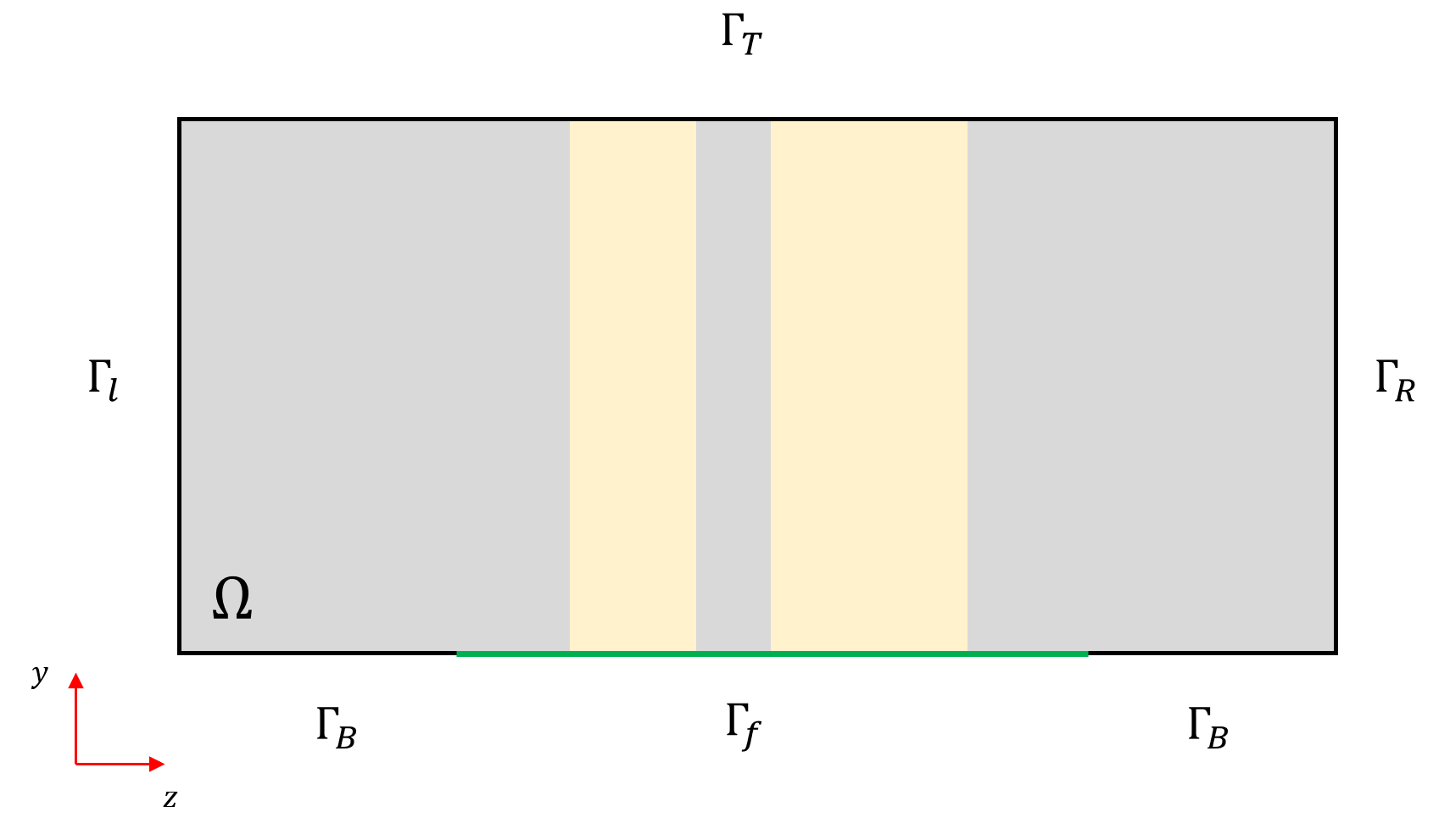
Интегралы по и равны 0 в силу выбора тестовой функции. Остальные равны нулю в силу граничных условий.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.9) |

В результате имеем слабую постановку:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.10) |

II. Решение задачи о раскрытии трещины в пласте с тонкой глиняной перемычкой.



Уравнения в области:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

Граничные условия:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  | (2.2) |
|  |  |
|  |  |

Тестовая функция:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

Умножим первое уравнение из системы (2.1) скалярно на и проинтегрируем по всей области:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.4) |

Преобразуем левую часть, используя приведенные ниже соотношения:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.5) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.6) |

Получаем:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.7) |

Распишем подробнее контурный интеграл:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.8) |

Распишем в отдельности каждый интеграл:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.9) |
|  | (2.10) |
|  | (2.11) |
|  | (2.12) |
|  | (2.13) |

В результате слабая постановка принимает вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.14) |

или

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.14.1) |